



1. Answer any eight from the following questions.

1×8 = 8

তলৰ প্ৰশ্নসমূহৰ যিকোনো আঠটাৰ উত্তৰ লিখক।

(a) Write down the domain of the function  $f(x) = \frac{1}{1-x}$

$f(x) = \frac{1}{1-x}$  ফলনটোৰ আদিক্ষেত্ৰ লিখক।

(b) Give an example of surjective functions.

এটা আচ্ছাদক ফলনৰ উদাহৰণ দিয়ক।

(c) Write down the value of  $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}}$

$\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}}$  ৰ মান লিখক।

(d) If  $f(x) = x^3 + x^2 - 5x + 6$ , what is the value of  $f'(1)$  ?

$f(x) = x^3 + x^2 - 5x + 6$  হ'লে  $f'(1)$  নিৰ্ণয় কৰক।

(e) Write down the value of  $\frac{d}{dx}(e^{\sin x})$

$\frac{d}{dx}(e^{\sin x})$  ৰ মান লিখক।

(f) The tangent to a curve  $y = f(x)$  at a point  $x = c$  is parallel to the x-axis. What is the value of  $f'(c)$ ?

$y = f(x)$  বক্ৰটোৰ  $x = c$  দিন্দুত স্পৰ্শকডাল x-অক্ষৰ সমান্তৰাল হ'লে,  $f'(c)$  ৰ মান কি হ'ব?

(g) Is the following function continuous at  $x = 0$  ?

তলৰ ফলনটো  $x = 0$  বিন্দুত অবিচ্ছিন্ন হয়নে?

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$$

(h) For what values of  $x$  the function  $f(x) = x^3 - 3$  is monotonic increasing?

$x$  ৰ কোনবোৰ মানৰ বাবে  $x^3 - 3$  ফলনটো এটা বৰ্ধমান ফলন হ'ব?

(i) Is the function  $x^3y^2 + x^{1/2}$  homogeneous of any degree?

$x^3y^2 + x^{1/2}$  ফলনটো সুষম হয়নে?

(j) If  $u = x^2$ ,  $v = y$ , find  $\frac{\partial(u, v)}{\partial(x, y)}$

যদি  $u = x^2$ ,  $v = y$ , তেন্তে  $\frac{\partial(u, v)}{\partial(x, y)}$  ৰ মান নিৰ্ণয় কৰক।

2. Answer any eight from the following questions.

2×8 = 16

তলৰ প্রশ্নসমূহৰ যিকোনো আঠটাৰ উত্তৰ লিখক।

(a) Find the value of (মান নির্ণয় কৰক) :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{6x} - e^{4x}}{x}$$

(b) Examine continuity of the following function at  $x = 2$ .

তলৰ ফলনটোৰ  $x = 2$  বিন্দুত অবিচ্ছিন্নতা পৰীক্ষা কৰক।

$$f(x) = \begin{cases} 5x - 4, & 0 < x \leq 1 \\ 4x^2 - 3x, & 1 < x < 2 \\ 3x^2 + 4, & x \geq 2 \end{cases}$$

(c) Find the value of (মান নির্ণয় কৰক) :

$$\frac{d}{dx} \left[ \frac{\sin^{-1} x}{\sqrt{1-x^2}} \right]$$

(d) Show that the following function is not differentiable at  $x = a$ .

দেখুৱাওক যে তলৰ ফলনটো  $x = a$  বিন্দুত অৱকলনীয় নহয়।

$$f(x) = \begin{cases} (x-a) \cos\left(\frac{1}{x-a}\right), & x \neq a \\ 0, & x = a \end{cases}$$

(e) If  $y = x^y$ , find  $\frac{dy}{dx}$ .

$y = x^y$  হ'লে,  $\frac{dy}{dx}$  নির্ণয় কৰক।

(f) Show that  $f(x) = \sin x + \cos x$  has a maximum at  $x = \pi$ .

দেখুৱাওক যে  $f(x) = \sin x + \cos x$  ফলনটো  $x = \pi$  বিন্দুত এটা গৰিষ্ঠ মান আছে।

(g) Using L' Hospital's rule, evaluate :

লা' হস্পিটেলৰ বিধি প্ৰয়োগ কৰি মান নির্ণয় কৰক :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left[ \frac{1}{e^x - 1} - \frac{1}{x} \right]$$

(h) If  $f(x, y) = x^2 + xy + y^2$ , find  $f_x(1, 2)$  and  $f_y(1, 2)$ .

$f(x, y) = x^2 + xy + y^2$  হ'লে,  $f_x(1, 2)$  আৰু  $f_y(1, 2)$  উলিয়াওক।

(i) Find  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$  if  $z = e^{x^2+y^2}$

যদি  $z = e^{x^2+y^2}$ , তেন্তে  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$  ৰ মান নির্ণয় কৰক।

(j) Show that  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x + 2$  increases for all  $x$ .

দেখুৱাওক যে সকলো  $x$  ৰ বাবে  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x + 2$  এটা বৰ্ধমান ফলন।

3. Answer any five from the following questions.

4×5 = 20

তলৰ প্ৰশ্নসমূহৰ যিকোনো পাঁচটাৰ উত্তৰ লিখক।

(a) Find the value of (মান নিৰ্ণয় কৰক) :

$$\frac{d}{dx} \left[ e^{2x} \sin 3x - \frac{\log x}{\sqrt{x}} + x^2 \tan^{-1} 2x \right]$$

(b) If (যদি)  $\sin y = x \sin (a+y)$ , show that (দেখুৱাওক যে)

$$\frac{d}{dx} = \frac{\sin^2(a+y)}{\sin a}$$

(c) If (যদি)  $y = e^{ax} \cos bx$ , find  $y_n$  ( $y_n$  উলিয়াওক)

(d) Find the point on the curve  $y^2 = 8x$  at which the abscissa and the ordinate change at the same rate.

$y^2 = 8x$  বক্ৰৰ যিটো বিন্দুত ভূজ আৰু কোটি একে হাৰত পৰিৱৰ্তিত হয়, সেই বিন্দুটো নিৰ্ণয় কৰক।

(e) Prove that the semi-vertical angle of the cone of given slant height and maximum volume is  $\tan^{-1} \sqrt{2}$ .

প্ৰমাণ কৰক যে প্ৰদত্ত হেলনীয়া উচ্চতাৰ শংকু এটাৰ আয়তন সৰ্বোচ্চ হ'বলৈ হ'লে, ইয়াৰ অৰ্ধ শীৰ্ষকোণটো হ'ব  $\tan^{-1} \sqrt{2}$ ।

(f) State and prove Lagrange's Mean Value theorem.

লাগ্ৰাঞ্জৰ মাধ্য মান উপপাদ্যটোৰ উক্তি লিখক আৰু উপপাদ্যটো প্ৰমাণ কৰক।

(g) If (যদি)  $x = r \sin \theta \cos \phi$ ,  $y = r \sin \theta \sin \phi$ ,  $z = r \cos \theta$  then show that (তেনেহ'লে দেখুৱাওক যে)

$$\frac{\partial(x, y, z)}{\partial(r, \theta, \phi)} = r^2 \sin \theta$$

4. Answer any two from the following questions.

8×2 = 16

তলৰ প্ৰশ্নসমূহৰ যিকোনো দুটাৰ উত্তৰ লিখক।

(a) If  $y = \tan^{-1} x$ , show that

$$(1 + x^2) y_2 + 2x y_1 = 0$$

Hence, deduce that

$$(1 + x^2) y_{n+2} + 2(n+1)xy_{n+1} + n(n+1)y_n = 0$$

$$y = \tan^{-1} x \text{ হ'লে, দেখুৱাওক যে, } (1 + x^2) y_2 + 2x y_1 = 0$$

$$\text{ইয়াৰ সহায়ত দেখুৱাওক যে } (1 + x^2) y_{n+2} + 2(n+1)xy_{n+1} + n(n+1)y_n = 0$$

(b) Verify Cauchy's mean value theorem for the functions  $f(x) = x^2$  and  $g(x) = x^3$  over  $[1, 2]$ .

$f(x) = x^2$  আৰু  $g(x) = x^3$  ফলন দুটাৰ বাবে  $[1, 2]$  অন্তৰালত কছিৰ মাধ্যমান উপপাদ্যটো সত্যাপন কৰক।

(c) Find the equation of the tangent to the curve of  $\left(\frac{x}{a}\right)^n + \left(\frac{y}{b}\right)^n = 2$  at the point  $(a, b)$ .

$$\left(\frac{x}{a}\right)^n + \left(\frac{y}{b}\right)^n = 2 \text{ বিন্দুত স্পৰ্শকৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰক।}$$

5. Answer any two from the following questions.

10×2 = 20

তলৰ প্ৰশ্নসমূহৰ যিকোনো দুটাৰ উত্তৰ লিখক।

(a) If (যদি)  $u = \tan^{-1} \frac{x^3 + y^3}{x + y}$ , show that (দেখুৱাওক যে)

(i)  $xu_x + 4u_y = \sin 2u$

(ii)  $x^2u_{xx} + 2xy u_{xy} + y^2u_{yy} = \sin 4u - \sin 2u$

(b) Examine existence of maxima and minima of the function  $x^3 + y^3 - 3axy$ .

$x^3 + y^3 - 3axy$  ফলনটোৰ গৰিষ্ঠ বা লঘিষ্ঠ মান আছেনে নাই পৰীক্ষা কৰক।

(c) If  $Z_1 = f(x, y)$ ,  $x = r \cos \theta$  and  $y = r \sin \theta$ , then show that

$$\left(\frac{\partial z}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial z}{\partial \theta}\right)^2 = \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2$$

$Z = f(x, y)$ ,  $x = r \cos \theta$  আৰু  $y = r \sin \theta$  হ'লে দেখুৱাওক যে

$$\left(\frac{\partial z}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial z}{\partial \theta}\right)^2 = \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2$$

.....